

Решение систем линейных алгебраических уравнений

1 Описание задач

При решении множества электротехнических задач нередко приходится сталкиваться с необходимостью решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), например при расчете сложных цепей с использованием законов Кирхгофа. Предлагаемая программа позволяет решать такие системы уравнений. При этом, в отличие от множества онлайн решателей, программа не ограничивает количество уравнений, кроме того, позволяет решать СЛАУ как с вещественными так и с комплексными числами, необходимость в которых возникает при расчете цепей переменного тока с наличием реактивных элементов схемы. Решение СЛАУ может потребоваться и при решении других задач, в том числе неэлектротехнических.

2 Описание СЛАУ

СЛАУ бывают «квадратными», в которых количество уравнений равно количеству неизвестных x ; недоопределенными, в этом случае число неизвестных превосходит число уравнений; переопределенными, в таком случае число уравнений превосходит число неизвестных. Программа решает наиболее часто используемые квадратные СЛАУ.

Квадратная СЛАУ имеет следующий вид (1). Здесь показана система из 3-х уравнений. Число уравнений может быть любым.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (1)$$

Коэффициенты a и b известны, решение заключается в нахождении всех неизвестных x . Комплексная СЛАУ ничем не отличается от вещественной, за исключением того, что все числа, в том числе икс-ы, комплексные. Могут встретиться комплексные СЛАУ, в которых некоторые коэффициенты будут представлены вещественными числами, но ведь любое вещественное число можно представить в виде комплексного с нулевой мнимой частью.

3 Метод решения

Для решения используется модуль с двумя программами: `asgld`, для вещественных чисел, и `asgldc`, для комплексных чисел, написанными в научно-исследовательском вычислительном центре МГУ им. М.В. Ломоносова. Обе программы используют метод Гаусса с выбором ведущего элемента по столбцу. Решение производится в числах двойной точности.

4 Использование программы

Для использования программы нужно указать количество уравнений системы, а так же передать в программу требуемые коэффициенты a и b . Коэффициенты нужно записать в прилагаемые к программе файлы `data_a.txt`, для записи коэффициентов a и `data_b.txt`, для записи коэффициентов b . **Запись дробных чисел производится через точку!** В противном случае дробная часть числа не будет прочитана. Решим пример (2):

$$\begin{cases} 2.5x_1 + 3.5x_2 + 4.5x_3 = 5.5 \\ 1.5x_1 + 7.3x_2 - 0.5x_3 = 3.3 \\ 2.3x_1 - 4.7x_2 + 4.9x_3 = 12.2 \end{cases} \quad (2)$$

Для этого в файл `data_a.txt` запишем числа из левой части СЛАУ.

| | | |
|-----|------|------|
| 2.5 | 3.5 | 4.5 |
| 1.5 | 7.3 | -0.5 |
| 2.3 | -4.7 | 4.9 |

Важно, что бы первыми записывались коэффициенты при x_1 , далее при x_2 и т.д., иначе решение будет неправильным (иногда встречаются системы написанные в произвольном порядке). В случае отсутствия в решаемой системе какого-либо коэффициента a , например a_{22} , на его место записывается ноль. При отсутствии нескольких коэффициентов вместо них также записываются нули. Для отделения чисел друг от друга можно использовать пробел, но удобнее использовать клавишу Tab.

В файл `data_b.txt` запишем, в столбик, числа правой части СЛАУ.

```
5.5
3.3
12.2
```

Сохраним и закроем файлы, запустим программу, выберем пункт «Решение вещественной СЛАУ», укажем количество уравнений системы равное 3-м и получим следующий результат:

```
x1 = 6.819
x2 = -1.068
x3 = -1.736
```

Решение комплексной СЛАУ производится точно также, за исключением того, что каждое число записывается парой чисел. Например, пусть требуется решить следующую СЛАУ их 2-х уравнений:

$$\begin{cases} (2.5 - j3.1)x_1 + (1.2 + j3.5)x_2 = 5.5 + j7 \\ (1.5 + j9.3)x_1 - (6.3 + j3.3)x_2 = 3.3 - j5 \end{cases} \quad (3)$$

Как в предыдущем примере в файл `data_a.txt` запишем числа из левой части СЛАУ.

```
2.5  -3.1  1.2  3.5
1.5   9.3 -6.3 -3.3
```

Здесь нужно быть внимательным, если перед комплексным числом (перед скобкой) стоит знак минус, то оба числа должны быть записаны со сменой знака (обратите внимание на второе число нижнего уравнения), в противном случае результат вычислений будет неправильным.

В файл `data_b.txt` запишем, в столбик, числа правой части СЛАУ.

```
5.5  7.0
3.3 -5.0
```

После запуска программы, выбрав пункт «Комплексная СЛАУ» и указав количество уравнений равное 2-м, получим следующее решение:

```
x1 = 3.879 - j10.04
x2 = 13.643 - j3.017
```

Для удобства представления маленьких или больших величин программа выполняет вывод значений в экспоненциальной форме. Например, запись `1.73E-03` соответствует числу `0.00173` (перемещаем

запятую на указанное в порядке число знаков: при «минусе» влево, при «плюсе» вправо).

Интерфейс программы позволяет вывести на экран введенные из файлов коэффициенты a и b с целью контроля прочтенных данных. Для найденных корней уравнений интерфейс предоставляет 9 знаков после запятой, этого вполне достаточно, часто даже более чем, для большинства практически решаемых задач.

Для записи чисел можно использовать электронные таблицы, например программу `Calc` из свободно распространяемого офисного пакета программ `LibreOffice`, запись дробных чисел в этом случае также делается через точку. Далее обычным копированием мышью числа переносятся в текстовые файлы, необходимые для работы программы.

Для проверки решения, при необходимости убедится в его правильности, в любое из уравнений можно подставить найденные иксы, в результате должен получиться правый коэффициент b соответствующего уравнения.

Программа может прекращать работу в случае предоставления ей недостаточного количества данных, записанных в файлы `data`, например при попытке решения системы из 5-ти уравнений при записи данных для 4-х или при отсутствии нулей на месте отсутствующих коэффициентов.

5 Права и запуск

Программа распространяется на условиях `freeware`. Использование в коммерческих целях разрешается с согласия НИВЦ МГУ. Установка программы не требуется. Для работы необходима 64-х битная ОС `windows` или `linux`.

Запуск программы в OS `Windows` осуществляется файлом с именем соответствующим кодовой странице терминала вашего компьютера. Если символы отображаются неправильно с любым из файлов примените в терминале шрифт `Lucida Console`.

Запуск программы в OS `Linux` осуществляется командой `./slau-linux`. Если файл не запустится по причине отсутствия прав на запуск, то нужно их предоставить с помощью файлового менеджера через контекстное меню «свойства — права — разрешить выполнение файла как программы».